

Seminarski rad

Interaktivni dokazivač u prirodnoj dedukciji

Automatsko rezonovanje

Jelena Marković
Ana Simijonović

Uvod

Semantičke metode za ispitivanje zadovoljivosti, odnosno tautologičnosti, iskazne formule zasnivaju se na činjenici da je dovoljno ispitati konačno mnogo valuacija (ključni korak kod DPLL procedure u iskaznoj logici je “split” koji uprošćuje formulu tako što literalu dodeljuje nasumično tačno ili netačno). Međutim, kod bogatijih logika, skup relevantnih valuacija i interpretacija formule je obično beskonačan tako da semantički metodi često nisu jednostavno primenljivi.

Deduktivni sistemi za iskaznu logiku se sastoje od aksioma i pravila izvođenja. Formule koje se iz aksioma mogu izvesti konačnom primenom pravila izvođenja, nazivaju se teoreme datog sistema. Jedan od najčešće korišćenih deduktivnih sistema za iskaznu logiku je prirodna dedukcija. Prirodna dedukcija potiče od Gerhard Gencena 1935. godine. Prati uobičajene postupke koje matematičari koriste prilikom dokazivanja teorema. Postoje verzije za klasičnu i intuicionističku logiku. Postoje različite forme: oslobađanje pretpostavki ili eksplicitni konteksti. Postoje dve grupe pravila: eliminacija i uvođenje.

Dizajn i arhitektura sistema

Aplikacija je implementirana u programskom jeziku C++, korišćenjem Sublime editora, Ubuntu 16.04 operativnog sistema, g++ kompajlera (C++11 standard) i konzolnog je tipa. Korišćeni su lexer i parser kojim se analizira ispravnost ulazne formule, za lexer je korišćena flex biblioteka, i bison parser generator. Ulaz treba da bude formula u matematičkoj notaciji. Nakon unošenja formule, analizira se njena sintaksna ispravnost, a zatim se formula parsira kako bismo je sačuvali u internoj apstraktnoj reprezentaciji. Korisnik interaktivno bira koje pravilo će se primeniti u svakom koraku. Takođe, u svakom koraku korisniku je prikazana lista ciljeva. Cilj ima skup pretpostavki sa leve, i formulu sa desne strane. Pravilo koje izabere će se primeniti na prvi cilj iz liste. Teorema je dokazana kada desna strana (lista ciljeva) postane prazna. Formula se suštinski dokazuje nalik na dokazivanju u sistemu Isabelle.

Primer izvršavanja

```
Enter formula:
~(a /\ b) => (~a \/ ~b)

Goals:
1. |-- (~(a /\ b) => (~a \/ ~b))

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

10
Applying rule: ImpI

Goals:
1. ~(a /\ b) |-- (~a \/ ~b)

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
```

```
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

17
Applying rule: Contradiction

Goals:
1. ~(a /\ b) , ~(~a \/ ~b) |-- False

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction
```

```
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

2
Applying rule: NotE

Goals:
1. ~(~a \/ ~b) |-- (a /\ b)

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction
```

```
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

3
Applying rule: ConjI

Goals:
1. ~(~a \/ ~b) |-- a
2. ~(~a \/ ~b) |-- b

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction
```

```

9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

17
Applying rule: Contradiction

Goals:
1.  $\sim(\sim a \vee \sim b)$ ,  $\sim a$  |-- False
2.  $\sim(\sim a \vee \sim b)$  |-- b

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

```

```

9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

2
Applying rule: NotE

Goals:
1.  $\sim a$  |--  $(\sim a \vee \sim b)$ 
2.  $\sim(\sim a \vee \sim b)$  |-- b

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

```

```

9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

7
Applying rule: DisjI1

Goals:
1.  $\sim a$  |--  $\sim a$ 
2.  $\sim(\sim a \vee \sim b)$  |-- b

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

```

```

8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

0
Applying rule: Assumption

Goals:
1.  $\sim(\sim a \vee \sim b)$  |-- b

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

```

```

8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

2
Applying rule: NotE

Goals:
1. ~b |-- (~a /\ ~b)

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

```

```

8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

17
Applying rule: Contradiction

Goals:
1. ~(~a /\ ~b) , ~b |-- False

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

```

```

8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

8
Applying rule: DisjI2

Goals:
1. ~b |-- ~b

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

```

```

11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

8
Applying rule: DisjI2

Goals:
1. ~b |-- ~b

Select rule to apply (-1 to exit):
0. Assumption
1. NotI
2. NotE
3. ConjI
4. ConjE1
5. ConjE2
6. ConjE
7. DisjI1
8. DisjI2
9. DisjE
10. ImpI
11. ImpE
12. FalseE
13. TrueI
14. ExcludedMiddle
15. DoubleNegationI
16. DoubleNegationE
17. Contradiction

0
Applying rule: Assumption

Theorem proved: (~(a /\ b) => (~a /\ ~b))

```